



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, València

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería ITT Telemática

Tema 9

Ejercicio 1

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ una función derivable verificando

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = 0.$$

Integrando por partes, demostrar que si existe la transformada de Fourier de f , entonces existe la de su derivada y se cumple

$$\mathcal{F}[f'](\omega) = j\omega \mathcal{F}[f](\omega).$$

Ejercicio 2

Consideremos la función definida por

$$f(t) = \begin{cases} 2+t, & \text{si } -2 \leq t \leq -1; \\ 1, & \text{si } -1 \leq t \leq 1; \\ 2-t, & \text{si } 1 \leq t \leq 2; \\ 0, & \text{si } |t| \geq 2. \end{cases}$$

- (a) Dibujarla en el intervalo $[-3, 3]$.
- (b) Hallar $\mathcal{F}[f]$.
- (c) ¿En qué puntos la transformada inversa de Fourier de $\mathcal{F}[f]$ coincide con la función original?
- (d) Justificar que la función $\mathcal{F}[f]$ es integrable impropia en el intervalo $]0, +\infty[$.
- (e) Probar que $\int_0^{+\infty} \frac{\cos \omega - \cos(2\omega)}{\omega^2} d\omega = \frac{\pi}{2}$.